

## Problemi quantitativi e formali - Serie 1

### SOLUZIONI

#### Soluzione 1: C

$1/\text{lunghezza focale totale} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \Rightarrow$  Poiché  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  ha lo stesso denominatore, si possono sommare direttamente le due frazioni. Si ottiene perciò  $\frac{2}{8}$ . Ora bisogna fare  $\frac{2}{8} + \frac{1}{24}$ . Per farlo, si deve avere ancora una volta lo stesso denominatore. Qui diventa 24. 8 sta 3 volte in 24, quindi bisogna moltiplicare anche il numeratore (2) per 3  $\rightarrow \frac{6}{24}$ . Ora si somma  $\frac{6}{24} + \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$ . Ma il calcolo non è ancora finito, perché  $\frac{7}{24}$  è  $1/\text{lunghezza focale totale}$ . Nell'esercizio è richiesta invece la "lunghezza focale totale" (non il suo reciproco). Bisogna quindi ancora invertire  $\frac{7}{24} \rightarrow \frac{24}{7}$ , il che corrisponde circa a 3,4.

#### Soluzione 2: C

Questo è un compito di proporzionalità inversa. Più disinfettante c'è in una bottiglia, meno bottiglie sono necessarie. L'operazione aritmetica della proporzionalità inversa è la moltiplicazione. Pertanto, l'equazione per risolvere questo compito è la seguente:

$$4 * 200 = x * 150$$

La quale si lascia riscrivere nel seguente modo:

$$x = \frac{4*200}{150} = \frac{800}{150} \approx 5,333$$

Poiché il compito afferma che Elisa preferirebbe avere troppo disinfettante piuttosto che troppo poco, 5.333 deve essere arrotondato per eccesso, quindi al primo numero intero. Elisa deve quindi ordinare 6 bottiglie al mese.

*Suggerimento:* In questo esercizio è stata inclusa un'informazione inutile, ovvero il volume (ml) di disinfettante erogato ogni volta che si usa il disinfettante.

### Soluzione 3: A

Se il 90% di 140 persone con voci nella testa hanno anche l'ansia, allora  $140 * 0,9 = 126$  persone hanno sia le voci nella testa che l'ansia (cioè entrambi i disturbi insieme). Se si sottrae questo dal numero totale di persone nel campione, allora  $(200 - 126 =) 74$  persone soffrono di schizofrenia, ma non hanno entrambi i disturbi.

*Suggerimento:* se ti è più facile, puoi anche calcolare  $140*(1 - 0,1) = 140 - 14$  invece di  $140 * 0,9$ , o, per andare direttamente alla soluzione, sommare nel seguente modo: numero di persone con voci in testa e senza ansia + numero di persone senza voci in testa =  $0,1 * 140 + (200 - 140) = 74$ .

N.B. Non devi distinguere qui se le persone senza voci nella testa hanno l'ansia o no, perché le persone senza voci nella testa non possono comunque avere entrambi i disturbi insieme.

### Soluzione 4: E

Si risolve l'equazione rispetto alla costante elettrostatica (o di Coulomb)  $\epsilon$ . Si inseriscono le unità di misura e si semplifica correttamente.

$$\epsilon = Q*q / (F*r^2) = A*s * A*s / (A*V*s * m*m^2)$$

### Soluzione 5: B

Insieme, Laura ed Enea completano 12 compiti all'ora. Non appena Laura è sola, riesce ancora a gestire  $1/3 * 12$  compiti/h, cioè 4 compiti/h. Se si moltiplica questo per il rispettivo intervallo di tempo, si ottiene il numero totale di compiti completati (45 min corrispondono a 0,75 h.). Se ti è più facile, puoi anche usare il termine  $5 \frac{3}{4}$  h al posto di 5,75 h):

$$\begin{aligned} 5,75 \text{ h} * 12 \text{ compiti/h} + (8 \text{ h} - 5,75 \text{ h}) * 4 \text{ compiti/h} \\ = 5,75 \text{ h} * 12 \text{ compiti/h} + 2,25 \text{ h} * 4 \text{ compiti/h} \\ = 69 \text{ compiti} + 9 \text{ compiti} \\ = 78 \text{ compiti} \end{aligned}$$

### Soluzione 6: B

La formula completa è:

$$C_1 * V_1 + C_2 * V_2 + \dots + C_n * V_n = C_g * (V_1 + V_2 + \dots + V_n).$$

Nel compito, i valori sono i seguenti:

Solvente 1 (Assenzio):	C1 = 70,	V1 = x
Solvente 2 (Soluzione salina):	C2 = 10,	V2 = 1000 ml - V1 = 1000 ml - x
Soluzione (Disinfettante):	Cg = 60,	Vg = V1 + V2 = 1000 ml

Sostituendo i valori nella formula si ottiene:

$$70 * x + 10 * (1000 - x) = 60 * 1000$$

Semplificando:

$$70 * x + 10'000 - 10 * x = 60'000$$

$$60 * x + 10'000 = 60'000$$

Risolviendo per x:

$$60 * x = 50'000$$

$$x = \frac{50'000}{60} \approx 833,33$$

Dato che si calcola con ml, anche la soluzione è una cifra in ml. 833,33 ml corrisponde a ca.  $\frac{8}{3}$  dl.

### Soluzione 7: B

Il diametro d degli alveoli durante l'espiazione è di 60 µm. La proporzione di ossigeno nel volume d'aria è del 21%. La formula del volume è:  $V = 4/3 \pi * r^3$

Si deve prima convertire il diametro in raggio ( $d = 2 * r$ ;  $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{m}$ ).  
 $d = 60 \mu\text{m}$ ,  $r = 30 \mu\text{m} = 30 * 10^{-6} \text{m} = 3 * 10^{-5} \text{m}$

Ora si sostituisce nella formula del volume ( $\pi=3.14$ , concentrazione di ossigeno 21% = 0.21)

$$V = 0,21 * 4/3 \pi * r^3 = 0,21 * 4/3 * 3,14 * (3 * 10^{-5})^3 = 0,21 * 4/3 * 3,14 * 3^3 * 10^{-3*5}$$

$$= 0,21 * 4/3 * 3,14 * 27 * 10^{-15} \approx 20 * 10^{-15} \approx 2 * 10^{-14} \text{m}^3$$

*Suggerimento:* puoi semplificare un po' il calcolo mettendo  $\pi = 3$ , così da poterlo poi eliminare con il denominatore della frazione precedente. Poi,  $4 * 27$  risulta circa 100. 0,21 è circa pari a 20% e quindi rimane alla fine della moltiplicazione esattamente 20.

### Soluzione 8: C

In primo luogo, si calcola quante donne residenti nella città di Zurigo si stima che si ammaliano di cancro al seno:  $200'000 * 1/8 = 25'000$ .

Ora si vuole sapere quante di loro moriranno entro i primi 5 anni, nonostante una diagnosi precoce ottimale. Quindi non si prende il tasso di sopravvivenza a 5 anni (98%) per il calcolo, ma il tasso di mortalità a 5 anni ( $100\% - 98\% = 2\%$ ): quindi  $25'000 * 0,02 = 500$

*Suggerimento:* se hai poco tempo rimanente e vedi un tale compito, puoi arrivare alla soluzione corretta con una buona stima. 200'000 è un numero a 6 cifre. Moltiplicato per una frazione vicina a 1/10, si ottiene probabilmente un numero a 5 cifre. Il 2% di un numero a 5 cifre è probabilmente un numero a 3 cifre (perché dal 100% al 2% si "sposta" per così dire di due cifre decimali). Tuttavia, questo metodo è davvero consigliato **solo** quando c'è una massiccia mancanza di tempo, perché non si considerano tutti i numeri restanti diversi da 0!

### Soluzione 9: B

$$p * V = n * R * T = N * k * T$$

$$\text{bar} * \text{m}^3 = \text{mol} * (\text{J} / \text{K} * \text{mol}) * \text{K}$$

$$\text{bar} = \text{J} / \text{m}^3$$

*Altra variante:*

$$p = n * R * T / V \text{ oppure } p = N * k * T / V$$

$$p = \text{mol} * \text{J} * \text{K} / (\text{mol} * \text{K} * \text{m}^3) = \text{J} / \text{m}^3$$

**Soluzione 10: D**

Come prima cosa, bisogna calcolare quanti ml di soluzione salina tutti i perfusori insieme somministrano all'ora:

$$\text{Perfusore 1: } 10 \text{ ml/h} * 0.004 = 0.04 \text{ ml/h}$$

$$\text{Perfusore 2: } 25 \text{ ml/h} * 0.01 = 0.25 \text{ ml/h}$$

$$\text{Perfusore 3: } 0.3 \text{ ml/min} * 60 \text{ min} = 18 \text{ ml/h}$$

$$18 \text{ ml/h} * 0.006 = 0.108 \text{ ml/h}$$

$$\text{Perfusore 4: } 5 \text{ ml/h} * 0 = 0 \text{ ml/h}$$

$$\text{Perfusori 1+2+3+4} = 0.04 \text{ ml/h} + 0.25 \text{ ml/h} + 0.108 \text{ ml/h} + 0 \text{ ml/h} = 0,398 \text{ ml/h} \\ \approx 0,4 \text{ ml/h}$$

Ora si deve calcolare quanti ml di soluzione salina corrispondono a 10 g di sale da cucina.

$$2,2 \text{ g/cm}^3 = 2'200 \text{ g/dm}^3 = 2'200 \text{ g/l} = 2,2 \text{ g/ml}$$

Dunque 10 g di sale da cucina corrispondono a:

$$\frac{10 \text{ g}}{2,2 \text{ g/ml}} \approx 4,5 \text{ ml}$$

La durata fino a quando sono stati somministrati 10 g di sale da cucina, si può infine calcolare così:

$$\frac{4,5 \text{ ml}}{0,4 \text{ ml/h}} = \underline{11,25 \text{ h}}$$

## Soluzione 11: B

*Attenzione:* In questo compito è particolarmente importante che si legga attentamente la consegna. La domanda è *quanti articoli aggiuntivi* si devono ordinare. Quindi calcoliamo la differenza tra ciò che è stato consumato al giorno finora e ciò che sarà necessario in futuro e moltiplichiamo per 7.

Occupiamoci prima dei guanti:

$3\frac{1}{2}$  può anche essere scritto come 3,5 e  $3,5 * 500 = 1'750$ . Quindi abbiamo bisogno di  $1750 - 500$  guanti in più al giorno, che risulta in  $1'250$  guanti.  $7 * 1'250 = 8'750$ , quindi abbiamo bisogno di  $8'750$  guanti in più a settimana.

Per quanto riguarda i camici di protezione monouso:

il compito ci dice già di quanti camici aggiuntivi abbiamo bisogno al giorno, cioè  $\frac{1}{3}$ , quindi non dobbiamo sottrarre come facciamo con i guanti.  $\frac{1}{3} * 100 = 33,333$ .

Poiché normalmente non è possibile ordinare  $0,333$  camici, si arrotonda, cioè 34 camici in più al giorno. Ciò significa che abbiamo bisogno di circa  $7 * 34 = 238$  camici monouso in più a settimana.

Naturalmente, puoi anche moltiplicare prima la quantità di base per 7 e poi calcolare  $700 * \frac{1}{3}$ .  $700/3 = 233,333$ , arrotondato a 234 camici monouso. Questa variante è anche un po' più precisa, perché dobbiamo arrotondare solo alla fine.

## Soluzione 12: D

Qui la soluzione D è corretta, perché lavoro = forza \* distanza. Sia Giovanna che Tommaso premono contro il muro con la stessa forza, ma poiché premono contro un muro, non percorrono una distanza parallela alla forza. Si potrebbe quindi usare lavoro = (qualsiasi forza) \* 0, e poiché un numero moltiplicato per 0 dà 0, non viene effettuato alcun lavoro.

### Soluzione 13: D

I cambiamenti possono essere incorporati nella formula come segue:

$$x * F = k * \frac{(2 * Q1) * (\frac{1}{4} * Q2)}{(4 * r)^2}$$

Ora potete eliminare le parentesi in un primo passo:

$$x * F = k * \frac{2 * Q1 * \frac{1}{4} * Q2}{16 * r^2} = k * \frac{\frac{2}{4} * Q1 * Q2}{16 * r^2} = k * \frac{\frac{1}{2} * Q1 * Q2}{16 * r^2}$$

N.B. In questo passaggio che anche il fattore 4 del raggio viene elevato al quadrato.

Poi si deve isolare l'espressione originale (qui  $k * \frac{Q1 * Q2}{r^2}$ ), ovvero si mettono tutti i numeri all'inizio. Si riformula quindi così:

$$x * F = \frac{1}{16} * k * \frac{Q1 * Q2}{r^2} = \frac{1}{2 * 16} * k * \frac{Q1 * Q2}{r^2} = \frac{1}{32} * k * \frac{Q1 * Q2}{r^2}$$

Ora si può confrontare con la formula originale:

$$x * F = \frac{1}{32} * k * \frac{Q1 * Q2}{r^2} \text{ vs. } F = k * \frac{Q1 * Q2}{r^2}$$

A sinistra c'è una nuova x, a destra il fattore  $\frac{1}{32}$  è nuovo. La forza è quindi 32 volte più piccola.

### Soluzione 14: C

Il 45% del sangue contiene cellule ematiche, quindi bisogna calcolare il 45% di 500 ml per ottenere il volume di tutte le particelle del sangue = 225ml. In totale si hanno 5'206'000 cellule per microlitro, di cui 200'000 sono trombociti (= piastrine). Quindi si hanno circa il 4% di trombociti / µl. Ora si devono convertire i 225 ml in microlitri in modo da poter calcolare anche i valori scritti sopra. 225 ml = 225'000 microlitri. Il 4% (il 4% sono trombociti) del volume totale delle particelle sono 9'000 microlitri e questo è il numero di piastrine per microlitro (\* 200'000).

### Soluzione 15: C

Se si prendono i dati, si ottiene la seguente relazione di proporzionalità:

$$\begin{aligned} \text{Stipendio mensile} &= \text{Anni di servizio} * \text{Ore alla settimana} \\ &\quad \frac{1}{\text{Giorni di malattia alla settimana}} \end{aligned}$$

Da un lato, si potrebbero inserire tutti i valori e poi usare la regola del tre per trovare i salari mensili teorici. Tuttavia la variante più semplice in questo caso è la seguente: si guarda solo il fattore di cui le singole variabili sono cambiate. Se, per esempio, il numero di anni di servizio triplica e le altre due variabili rimangono costanti, anche il salario si triplicherebbe e Anna Bernasconi riceverebbe i 24'000.- CHF / mese desiderati. Se si avessero 1/3 di giorni di malattia con un numero costante di ore e anni di servizio, otterremmo lo stesso risultato.

*Nota:* la 'x' sta per il fattore, ad esempio x 2 significa un raddoppio, x ½ significa un dimezzamento.

A: Anni di servizio: x 2, numero di ore: costante, giorni di malattia: x ½  
→ Stipendio: x 4 = 32'000.- CHF / mese

B: Anni di servizio: x 2, numero di ore: x ½, giorni di malattia: x ½  
→ Stipendio: x 2 = 16'000.- CHF / mese

C: Anni di servizio: costante, numero di ore: x 1.5, giorni di malattia: x ½  
→ Stipendio: x 3 = 24'000.- CHF / mese

D: Anni di servizio: costante, numero di ore: x 2, giorni di malattia : costante  
→ Stipendio: x 2 = 16'000.- CHF / mese

E: Anni di servizio: x 3, numero di ore: x ½, giorni di malattia: costante  
→ Stipendio: x 1.5 = 12'000.- CHF / mese

### Soluzione 16: B

Affermazione 1: La velocità del flusso è inversamente proporzionale all'area della sezione trasversale. Quindi se una variabile aumenta, l'altra deve diminuire. Dichiarazione falsa.

Affermazione 2: La forza della corrente non è indipendente dalle altre due variabili. La legge descrive la relazione tra loro. Dichiarazione falsa.

Affermazione 3: La velocità del flusso e l'area della sezione trasversale sono inversamente proporzionali l'una all'altra. Dichiarazione corretta.

### Soluzione 17: A

Grazie alla proporzionalità inversa tra volume e pressione, la pressione esterna alla quale il palloncino scoppia può essere calcolata come segue:

$$1'013 * 1 = x * 1.3 \rightarrow 1'013/1.3 \approx 780 \text{ hPa}$$

Si sa che a 4'000 m.s.l.m. c'è una pressione esterna di circa  $\frac{2}{3} * 1'013 \approx 675 \text{ hPa}$ . Grazie alla proporzionalità inversa tra pressione esterna e altitudine, si può scrivere la seguente equazione:

$$4'000 * 675 = x * 780 \rightarrow x \approx \underline{3'500 \text{ m.s.l.m.}}$$

### Soluzione 18: D

In questo compito è necessario testare le diverse funzioni date inserendo i valori dati. Di solito, i valori  $x = 0$  o  $x = 1$  sono particolarmente adatti per valutare rapidamente e facilmente se una funzione può essere presa in considerazione o meno.

Con  $x = 0$

A:  $y = 5/3$

B:  $y = 1$

C:  $y = 4$

D:  $y = 5/3$

E:  $y = 5/3$

Con  $x = 1$

A:  $y = 1 + 5/3$

D:  $y = 2$

E:  $y = 5/3$

Per D, i risultati combaciano in entrambi i casi.

### Soluzione 19: B

Prima si può calcolare  $F_G$  per il padre e il figlio. Padre = 800 N e figlio = 200 N. Poi si convertono i 10 dm in metri (= 1 m). Ora si possono inserire i valori nell'equazione data nell'esercizio e si ottiene 4 m per il braccio di carico del figlio. Ora però non si vuole sapere quanto lontano dal centro è seduto il figlio, ma quanto lontano dal padre. Quindi si deve sommare  $1 \text{ m} + 4 \text{ m} = 5 \text{ m}$ .

**Soluzione 20: D**

Affermazione A: se la specificità cresce, il denominatore della formula (100% - specificità) diventa più piccolo. Questo significa che RVP cresce. Quindi non c'è certamente una proporzionalità inversa.

Affermazione B: RVP è direttamente proporzionale alla sensibilità.

Affermazione C: se si inseriscono le formule per la specificità e la sensibilità nella formula e le si trasforma, si ottiene:

$$RVP = \frac{\text{Sensibilità}}{100\% - \text{Specificità}} = \frac{\frac{VP}{VP+FN}}{1 - \frac{VN}{VN+FP}} = \frac{\frac{VP}{VP+FN}}{\frac{VN+FP}{VN+FP} - \frac{VN}{VN+FP}} = \frac{\frac{VP}{VP+FN}}{\frac{FP}{VN+FP}} = \frac{VP*(VN+FP)}{FP*(FN+FP)}$$

Dato che la moltiplicazione (al numeratore) ha più peso dell'addizione (al denominatore), RVP cresce al crescere del RP.

Ricorda: VP = vero positivo, FP = falso positivo, VN = vero negativo, FN = falso negativo

Affermazione D: Maggiore è la sensibilità e la specificità di un test, migliore è il test, dato che questi 2 valori descrivono la proporzione di persone assegnate correttamente. RVP è proporzionale alla sensibilità e inversamente proporzionale alla "non specificità" (ovvero, 100% - specificità, corrisponde al contrario della specificità). Ciò significa che maggiore è la specificità e la sensibilità, maggiore è RVP.

Affermazione E:

$$\text{Specificità} = \frac{VN}{VN+FP}, \text{ ovvero } 100\% - \text{Specificità} = \frac{VN+FP}{VN+FP} - \frac{VN}{VN+FP} = \frac{FP}{VN+FP}$$